www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ / ۳ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشوردر نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۶-۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\sqrt{x}.\sqrt{1-x}$ و $g(x)=\sqrt{x-x^2}$ با هم مساویند ؟چرا ؟	۱
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=\sqrt{-x}-2$ مفروضند . **الف :** دامنه gof را تعیین کنید . **ب :** در صورت وجود ضابطه ی تابع gof را بنویسید .	۱
۳	اگر α و β ریشه های معادله ی درجه دوم $x^2-4x+1=0$ باشند ، بدون حل معادله ، مقدار عددی عبارت $\alpha^2+\frac{1}{\alpha}+\beta^2+\frac{1}{\beta}$ را تعیین کنید .	۱
٤	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس تابع f است . معکوس تابع $g(x)=1-2f(3-4x)$ را بنویسید .	۱
٥	تابع f با ضابطه ی $f=\{(x,y)\mid x^2-4x-y-4=0\}$ مفروض است . مقدار مینیمم تابع f را تعیین کنید .	۰/۵
٦	اگر $2x^3-3x^2+ax-b$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد ، نشان دهید : $2a+4=b$	۰/۵
۷	آیا $\lim_{x\to 1^-}\sqrt{x^2-x}$ وجود دارد ؟ چرا ؟	۰/۵
۸	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید . ([ ] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-4x+3}{x^3-3x+2}$ ب) $\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{1-[x]}$ ج) $\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{1-\cos 2x}$ د) $\lim_{x\to -\infty}(\sqrt{x^2+2x}+x)$	۲/۵
۹	تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases} a[4x]-b & x<1 \\ 1 & x=1 \\ a\sin\frac{\pi}{2}x+b & x>1 \end{cases}$ مفروض است . ضرایب a, b را چنان بیابید که f در $x_0=1$ پیوسته باشد . ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱/۲۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶ / ۳ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشوردر نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۶-۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) **الف :** ۱) $y=\frac{(2x-x^3)^5}{\sqrt{x-1}}$ ۲) $y=\sin^3 x-4\operatorname{Arc}\tan x$ ۳) $x^3+2xy+y^2-5=0$ **ب : اگر** $f(x)=g(3x^2-2x)$ و $g'(1)=1$ باشد ، مقدار عددی $f'(1)$ را حساب کنید .	۱/۷۵ ۰/۵
۱۱	تابع $y=\frac{ax+b}{x+c}$ مفروض است . ضرایب c,b,a را چنان بیابید که خطوط $x=-2$ و $y=1$ مجانبهای تابع بوده و منحنی نمایش تابع محور عرضها را در نقطه ای به عرض ۱ قطع کند .	۱/۲۵
۱۲	از نقطه ی O دو مماس بر منحنی $y=x^2+1$ رسم شده است . معادلات خطوط مماس را بنویسید .	۱/۲۵
۱۳	با رسم نمودار تابع f با ضابطه ی $f(x)=\|\|x\|-1\|$ ، تعیین کنید f در چه نقاطی مشتق پذیر نیست .	۱
۱۴	تابع $y=ax^3+bx^2+cx+d$ مفروض است . ضرایب d,c,b,a را چنان بیابید که نقطه ی $(-2,1)$ نقطه ی عطف منحنی تابع بوده و تابع به ازای $x=2$ دارای اکسترممی مساوی -4 باشد .	۱/۲۵
۱۵	مقدار عددی عبارت A را تعیین کنید . $A=\tan(\operatorname{Arc}\tan(-1)+\operatorname{Arc}\sin(\frac{-1}{2})+\operatorname{Arc}\cos(\frac{-\sqrt{2}}{2}))$	۱
۱۶	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{\tan x}{1-\tan x}$ را در بازه ی $[0,\pi]$ رسم کنید .	۱/۵
۱۷	با رسم نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}[x]+[-x] & x<0\\ \frac{x+1}{2} & x\geq 0\end{cases}$ مقدار عددی $\int_{-2}^{3}f(x)dx$ را تعیین کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۳ / ۱۶**
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشوردر **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$x \geq 0 \to x \geq 0$ $1 - x \geq 0 \to x \leq 1$ $\to D_f = [0, 1]$ (۰/۲۵) $\to D_f = D_g$ (۰/۲۵) $D_g : x - x^2 \geq 0 \to D_g = [0, 1]$ (۰/۲۵) **و برای هر** $x \in D_f$ **مقدار هر دو تابع مساوی است پس این دو تابع مساویند.** (۰/۲۵)	۱
۲	$D_f = \mathbb{R}$ و $D_g : -x \geq 0 \to x \leq 0 \to D_g = (-\infty, 0]$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid \underbrace{x^2 + 1 \in (-\infty, 0]}_{\text{غیر ممکن}}\} = \phi$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **چون دامنه** ϕ **شد پس** gof **ضابطه ندارد.** (۰/۲۵)	۱
۳	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 4$ (۰/۲۵) و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$ (۰/۲۵) $\alpha^2 + \beta^2 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ (۰/۲۵) $A = (4)^2 - 2(1) + \frac{4}{1} = 18$ (۰/۲۵)	۱
٤	$y = g(x) = 1 - 2f(3 - 4x)$ $g^{-1}(y) = x$ (۰/۲۵) (۱) $f(3 - 4x) = \frac{1 - y}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $x = \frac{3 - f^{-1}(\frac{1 - y}{2})}{4}$ (۰/۲۵) (۲) (۱) و (۲) $\Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{3 - f^{-1}(\frac{1 - x}{2})}{4}$ (۰/۲۵)	۱
۵	$y = x^2 - 4x - 4 \to y = (x - 2)^2 - 8 \to S\Big\vert_{-8}^{2} \to f$ مقدار می نیمم $= -8$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **یا به روش استفاده از فرمول** $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ **و مقدار مساوی** -8 (۰/۲۵) (۰/۲۵)	/۵
٦	$x - 2 = 0 \to x = 2 \to 2(2)^3 - 3(2)^2 + a(2) - b = 0$ (۰/۲۵) $\to 2a + 4 = b$ (۰/۲۵)	۰/۵
۷	**خیر** $x^2 - x \geq 0 \to D = = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ (۰/۲۵) **تابع برای** x **کمتر از ۱ تعریف نشده پس حد وجود ندارد.** (۰/۲۵)	۰/۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشوردر نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

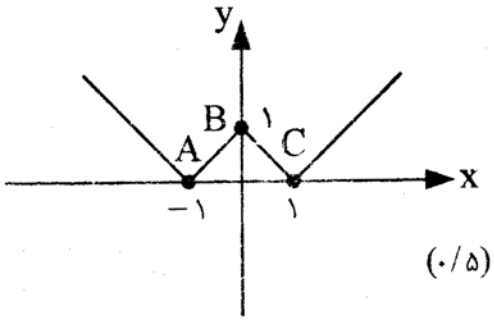
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	الف) $\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-4x+3}{x^3-3x+2} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)^2(x+2)}$ (۰/۵) $= \frac{-2}{0^-} = +\infty$ (۰/۲۵)	۲/۵
	ب) $\lim_{\substack{x\to 1^+ \\ 1<x<2 \\ [x]=1}} \frac{x^2-1}{1-[x]} = \frac{\text{نسبی}\ 0}{\text{مطلق}\ 0}$ (۰/۲۵) = حدندارد (۰/۲۵)	
	ج) $\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{1-\cos 2x} = \lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{2\sin^2 x}$ (۰/۲۵) $= \frac{1}{2}\times 1 = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	
	د) $\lim_{x\to -\infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x}+x)(\sqrt{x^2+2x}-x)}{\sqrt{x^2+2x}-x}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to -\infty} \frac{2x}{\underbrace{\lvert x\rvert}_{-x}\sqrt{1+\frac{2}{x}}-x}$ (۰/۲۵)	
	$\lim_{x\to -\infty} \frac{2x}{-2x} = -1$ (۰/۲۵)	
۹	$\lim_{\substack{x\to 1^- \\ x<1 \\ 4x<4 \\ [4x]=3}} f(x) = 3a-b$ (۰/۲۵) و $\lim_{x\to 1^+} f(x) = a+b$ (۰/۲۵) و $f(1)=1$	۱/۲۵
	$3a-b=a+b=1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} 3a-b=1 \\ a+b=1 \end{cases} \rightarrow a=\frac{1}{2}$ و $b=\frac{1}{2}$ (۰/۵)	
۱۰ الف)	۱) $y' = \frac{5(2-3x^2)(2x-x^3)^4(\sqrt{x}-1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x-x^3)^5}{(\sqrt{x}-1)^2}$ (۰/۷۵)	۱/۷۵
	۲) $y' = 3\sin^2 x.\cos x - 4(\frac{1}{1+x^2})$ (۰/۵)	
	۳) $2x^2+2y+2xy'+2yy'=0 \rightarrow y' = \frac{-(3x^2+2y)}{2x+2y}$ (۰/۵)	۰/۵
ب)	$f'(x) = (6x-2)g'(3x^2-2x) \rightarrow f'(1)=4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۳ / ۱۶**
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشوردر **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

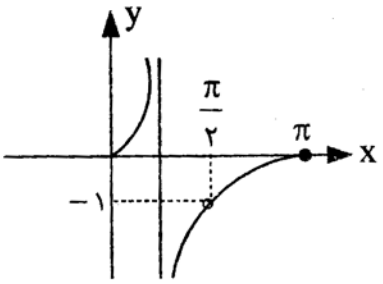
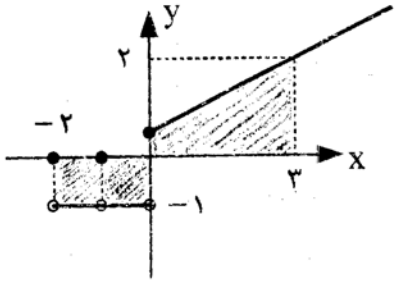
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$(۰/۲۵)\begin{cases} x \to \pm\infty \Rightarrow y = a = ۱ \to a = ۱ & (۰/۲۵) \\ y \to \pm\infty \Rightarrow x = -c = -۲ \to c = ۲ & (۰/۲۵) \end{cases}$ $A\underset{(۰/۲۵)}{(۰ , ۱)} \to ۱ = \frac{b}{c} \to b = ۲ \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۲	$B\begin{vmatrix}\alpha \\ \alpha^۲ + ۱\end{vmatrix} \quad y' = ۲x \to m = ۲\alpha \quad (۰/۲۵)$ $y - \alpha^۲ - ۱ = ۲\alpha(x - \alpha) \quad (۰/۲۵) \to -\alpha^۲ - ۱ = -۲\alpha^۲ \to \alpha = ۱$ $\alpha = -۱ \quad (۰/۲۵)$ $y = ۲x \quad (۰/۲۵) \quad$ و $\quad y = -۲x \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۳	$f(x) = \lvert\, \lvert x \rvert - ۱ \,\rvert$ $x = ۰ \to y = ۱$ $\lvert x \rvert - ۱ = ۰ \to \begin{matrix} x = ۱ \\ x = -۱ \end{matrix} \to y = ۰$  رسم شکل (۰/۵) این تابع در سه نقطه A, B, C یا در نقاطی به طول ۱ و ۱− و صفر مشتق پذیر نیست. (۰/۵)	۱
۱۴	$\left.\begin{array}{l} y' = ۳ax^۲ + ۲bx + c \to ۱۲a + ۴b + c = ۰ \\ y'' = ۶ax + ۲b \to ۶a + ۲b = ۰ \\ -۲ = a + b + c + d \quad (۰/۷۵) \\ -۴ = ۸a + ۴b + ۲c + d \end{array}\right\} \to a = ۱ \text{ و } b = -۳ \text{ و } c = ۰ \text{ و } d = ۰ \quad (۰/۵)$	۱/۲۵
۱۵	$\text{Arctan}(-۱) = -\frac{\pi}{۴} \quad (۰/۲۵)$ $\text{Arcsin}(-\frac{۱}{۲}) = -\frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵)$ $\text{Arccos}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \pi - \frac{\pi}{۴} = \frac{۳\pi}{۴} \quad (۰/۲۵)$ $A = \tan(-\frac{\pi}{۴} - \frac{\pi}{۶} + \frac{۳\pi}{۴}) = \tan\frac{\pi}{۳} = \sqrt{۳} \quad (۰/۲۵)$	۱
	«ادامه در صفحه‌ی چهارم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۶ / ۳ / ۱۳۸۶**
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشوردر **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۶**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	$y=\frac{\tan x}{1-\tan x}$ $y'=\frac{(1+\tan^2 x)(1-\tan x)+(1+\tan^2 x)\tan x}{(1-\tan x)^2}=\frac{1+\tan^2 x}{(1-\tan x)^2}>0$ (۰/۲۵) $x=0\rightarrow y=0$ $y=0\rightarrow x=0$ و $x=\pi$ $y=\pm\infty\rightarrow \tan x=1\rightarrow x=\frac{\pi}{4}$ **مجانب قائم** (۰/۲۵)	۱/۵
	x: 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π y': $+$ | $+$ | $+$ y: 0 ↗ $+\infty$ | $-\infty$ ↗ -1 | -1 ↗ 0	
	رسم جدول (۰/۵)	
		
	رسم شکل (۰/۵) (**رعایت نقطه‌ی توخالی** (۰/۲۵))	
۱۷	$\int_{-2}^{3} f(x)dx$ $=-1(2)+\frac{(\frac{1}{2}+2)(3)}{2}$ $=-2+\frac{15}{4}=\frac{7}{4}$ (۰/۷۵)	۱/۲۵
	 **رسم شکل** (۰/۵)	
	جمع نمره	۲۰

همکار گرامی؛

با سلام لطفاً بارم را به تناسب برای روش های حل درست دیگر تقسیم فرمایید.

www.alm.loxblog.com